INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 00210

1º semestre de 2015
3ª série de Exercícios

Prof. Jürgen Stilck

1. Mostre que nas relações fundamentais abaixo a entropia é extensiva. Nos três casos, obtenha a relação fundamental molar na representação da entropia e calcule as equações de estado e as relações fundamentais na representação da energia interna.

   a) $S = A(UVN)^{\frac{1}{3}}$.

   b) $S = Nc\ln[U/(NU_0)] + NR\ln[V/Nv_0)] + Ns_0$.

   c) $S = B(U^3V)^{\frac{1}{4}}$.

2. Determine as três equações de estado na representação da energia interna para um sistema que obedece à equação fundamental molar $u = av^{-1}s^2\exp(s/R)$.

3. Um fluido obedece à equação fundamental molar:

$$u = A\frac{s^{5/2}}{v^{1/2}}.$$

   a) Obtenha a relação fundamental na representação da entropia.

   b) Determine as três equações de estado na representação da entropia.

4. Considere as equações de estado:

$$\frac{1}{T} = \frac{a}{u} + bv, \qquad \frac{p}{T} = \frac{c}{v} + f(u).$$

Determine $f(u)$ e a equação fundamental molar na representação da entropia, sabendo-se que $f(0) = 0$.

5. As equações de estado de um gás de fótons de energia interna U numa cavidade de volume V são

$$T = \lambda \left(\frac{U}{V}\right)^{1/\alpha}$$

e

$$pV = \frac{U}{3},$$

onde λ e α são constantes.

a) Assumindo que essas equações de estado possam ser obtidas a partir de uma equação fundamental $S(U,V)$, mostre que $\alpha = 4$ (lei de Stefan-Boltzmann).

b) Obtenha a unidade da constante λ.

c) Determine a entropia do gás $S(U,V)$, supondo que ela se anule para $U = 0$.

d) Mostre que a entropia obtida acima é uma função côncava das suas variáveis.

6. A entropia molar de um fluido é dada por:

$$s = Av^{1/2}u^{3/4},$$

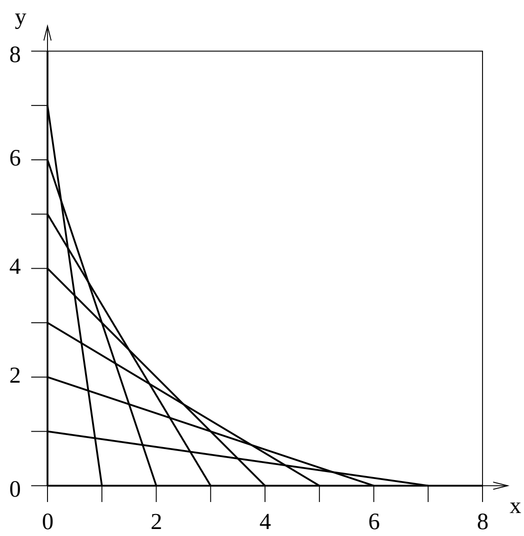
onde A é uma constante.

a) Obtenha as três equações de estado do fluido na representação da entropia.

b) Determine a expressão das curvas que representam processos adiabáticos no plano (V,p).

c) Obtenha a equação fundamental na representação da energia interna $U(S,V,N)$ e calcule a energia livre de Helmholtz $F(T,V,N)$ do fluido.

7. Considere o conjunto de retas esboçado no gráfico abaixo:



a) Obtenha a expressão $\psi(p)$ que representa este conjunto de retas, onde ψ é o valor de y no qual a reta corta o eixo vertical e p é o seu coeficiente angular.

b) Considere que $\psi(p)$ é a transformada de Legendre de uma função $y(x)$, ou seja, $\psi(p) = y - px$, com:

$$p = \frac{\partial y}{\partial x}.$$

Efetuando a transformada inversa, mostre que:

$$y(x) = 8 - 4\sqrt{2x} + x.$$

8. Obtenha as relações fundamentais na representação da entalpia e do grande potencial termodinâmico para um gás ideal.

9. A partir da equação de estado de van der Waals

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2},$$

e sabendo que a capacidade térmica isocórica molar $c_v = C_V/N = c$ é constante para esse fluido:

a) Determine a relação fundamental na representação de Helmholtz.

b) Mostre que $u = cT - a/v$.

c) Determine o coeficiente de expansão térmica α e a compressibilidade isotérmica κ_T.

10. Partindo da relação fundamental na representação de Helmholtz para o fluido de van der Waals, obtida no exercício anterior, efetue uma transformada de Legendre e obtenha a relação fundamental na representação da energia interna.

11. Mostre que as funções abaixo são convexas. Determine as suas transformadas de Legendre $g(p)$, onde $p = f'(x)$, mostrando que são côncavas.

    a) $f(x) = x^2$.

    b) $f(x) = -\ln x$.

    c) $f(x) = e^x$.